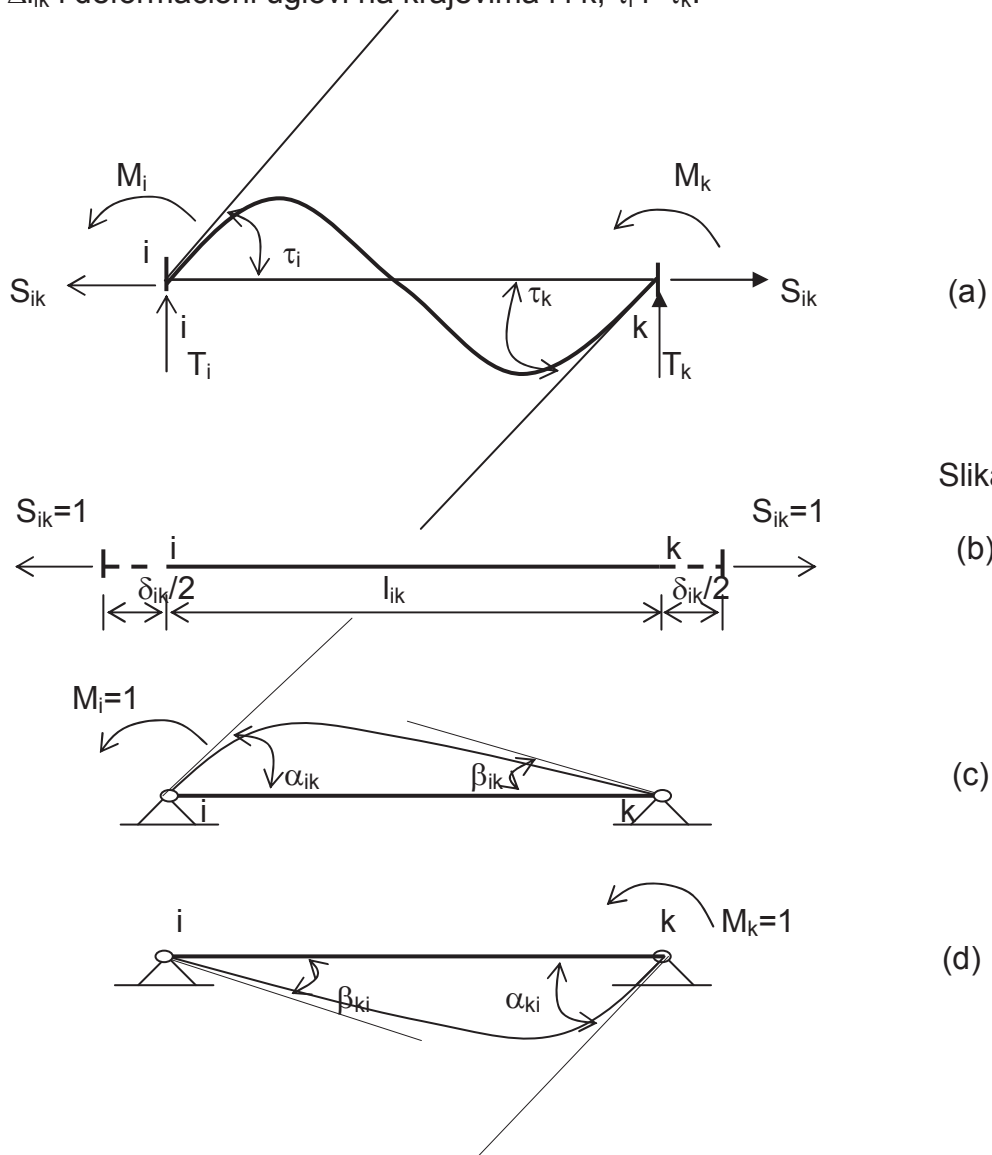


2.4. Bazna matrica krutosti

Vidjeli smo da su elementi matrice krutosti konstante koje zavise od geometrije štapa i modula elastičnosti materijala. Ako su poznate komponente generalisanih pomjeranja q , pomoću matrične jednačine $R=kq$ mogu se jednoznačno odrediti komponente generalisanih sila R . Međutim, rješenje obrnutog zadatka nije moguće jer je matrica krutosti štapa k singularna, tako da se ne može dobiti inverzna relacija $q=k^{-1}R$. Rang matrice k manji je od njenog reda za broj stepeni slobode štapa kao krutog tijela. Singularitet matrice krutosti je posledica okolnosti da se u vektoru generalisanih pomjeranja, pored pomjeranja usled deformacije, sadržana i pomjeranja štapa kao krutog tijela, pa generalisane sile na krajevima štapa ne mogu biti nezavisne. Sile na krajevima štapa moraju da zadovolje uslove ravnoteže. Za ravan štap broj uslova ravnoteže je 3 pa od šest generalisanih sila postoje samo tri koje su međusobno nezavisne.

Na slici 18 su prikazane 3 statički nezavisne veličine ravnog štapa S_{ik} , M_i i M_k . Ovim veličinama odgovaraju deformacijske veličine štapa promjena dužine štapa Δl_{ik} i deformacioni uglovi na krajevima i i k , τ_i i τ_k .



Slika 18.

Na osnovu principa superpozicije veza između osnovnih deformacijskih veličina i osnovnih statičkih veličina na krajevima štapa može da se prikaže u matričnom obliku, slika 18:

$$\begin{bmatrix} \Delta l_{ik} \\ \tau_i \\ \tau_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{ik} & & \\ & \alpha_{ik} & -\beta_{ik} \\ & -\beta_{ik} & \alpha_{ki} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{ik} \\ M_i \\ M_k \end{bmatrix} \quad (30)$$

dnosno u skraćenom matričnom obliku:

$$\delta = f S \quad (31)$$

gdje je:

δ - vektor osnovnih deformacijskih veličina

S – vektor osnovnih statičkih veličina

f – matrica fleksibilnosti štapa

Iz relacije (31) dobija se:

$$S = f^{-1} \delta = k_o \delta \quad (32)$$

k_o je osnovna ili bazna matrica krutosti štapa definisana sa:

$$k_o = \begin{bmatrix} k_{11}^o & & \\ & k_{22}^o & k_{23}^o \\ & k_{32}^o & k_{33}^o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\delta_{ik}} & & \\ & a_{ik} & b_{ik} \\ & b_{ki} & a_{ki} \end{bmatrix} \quad (33)$$

gdje su:

$$a_{ik} = \frac{\alpha_{ki}}{\Delta} \quad a_{ki} = \frac{\alpha_{ik}}{\Delta} \quad b_{ik} = \frac{\beta_{ik}}{\Delta} = \frac{\beta_{ki}}{\Delta} \quad \Delta = \alpha_{ik}\alpha_{ki} - \beta_{ik}^2 \quad (34)$$

Bazna matrica krutosti (33) je simetrična jer je $\beta_{ik} = \beta_{ki}$. Za štap konstantnog poprečnog presjeka $EI = \text{const}$ slijedi:

$$\alpha_{ik} = \alpha_{ki} = \frac{l}{3EI} \quad \beta_{ik} = \beta_{ki} = \frac{l}{6EI} \quad \delta_{ik} = \frac{l}{EF} \quad \Delta = \frac{l^2}{12(EI)^2} \quad (34)$$

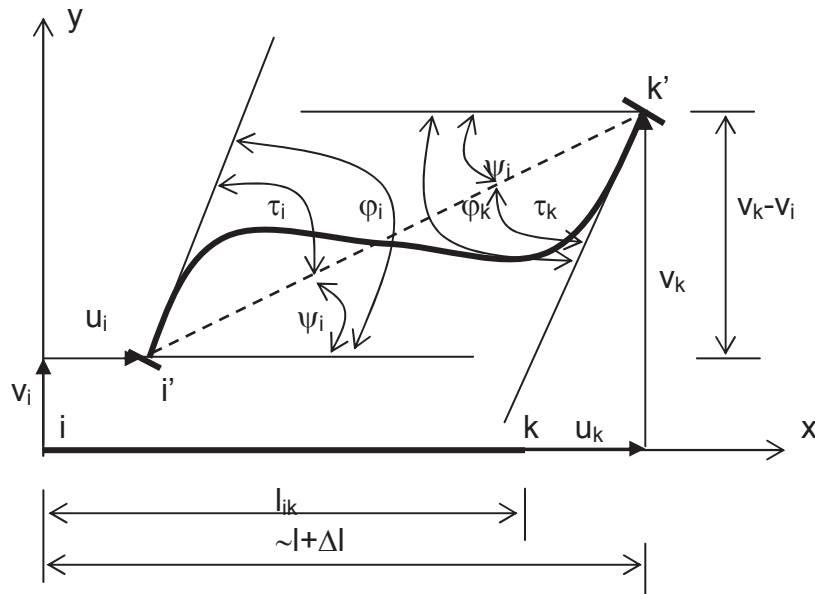
Bazna matrica krutosti za štap konstantnog poprečnog presjeka je:

$$k_o = \begin{bmatrix} \frac{EF}{l} & & \\ & \frac{4EI}{l} & \frac{2EI}{l} \\ & \frac{2EI}{l} & \frac{4EI}{l} \end{bmatrix}$$

2.4.1. Određivanje matrice krutosti štap i-k pomoću bazne matrice

Matrica krutosti štap može da se odredi pomoću bazne matrice krutosti štap. Potrebno je uspostaviti vezu između osnovnih deformacijskih veličina i parametara pomjeranja štap kao i veza između generalisanih sila i osnovnih statičkih veličina štap. Na slici 19 je prikazan štap i-k prije i posle deformacije. Postoje očigledne zavisnosti između osnovnih deformacijskih veličina i parametara pomjeranja:

$$\begin{aligned}\Delta l &= u_k - u_i \\ \tau_i &= \varphi_i - \psi_{ik} = \varphi_i - \frac{1}{l}(v_k - v_i) = \varphi_i - \frac{1}{l}v_k + \frac{1}{l}v_i \\ \tau_k &= \varphi_k - \psi_{ik} = \varphi_k - \frac{1}{l}(v_k - v_i) = \varphi_k - \frac{1}{l}v_k + \frac{1}{l}v_i\end{aligned}\quad (35)$$



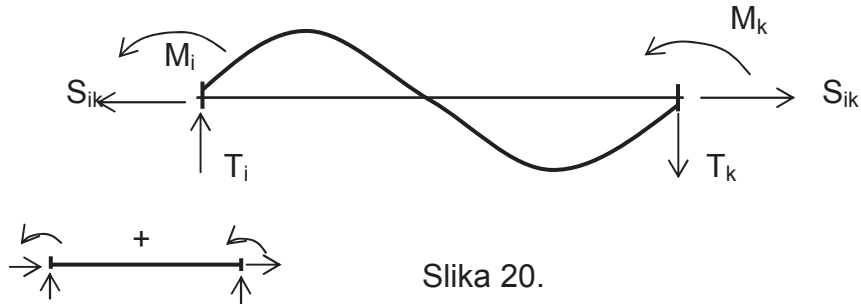
Slika 19.

Relacija (35) može se prikazati u skraćenom matričnom obliku:

$$\delta = C q \quad (36)$$

gdje je:

$$C = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{l} & 1 & 0 & -\frac{1}{l} & 0 \\ 0 & \frac{1}{l} & 0 & 0 & -\frac{1}{l} & 1 \end{bmatrix} \quad (37)$$



Slika 20.

Iz uslova ravnoteže štapa, slika 20, dobija se:

$$T_i = -T_k = \frac{1}{l}(M_i + M_k) \quad (38)$$

Veze između generalisanih sila i osnovnih statičkih veličina (slika 20 i relacija 38) su:

$$\begin{bmatrix} N_i \\ T_i \\ M_i \\ N_k \\ T_k \\ M_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{l} & \frac{1}{l} \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{l} & -\frac{1}{l} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{ik} \\ M_i \\ M_k \end{bmatrix} \quad (39)$$

Ili u skraćenom matričnom obliku:

$$R = C^T S \quad (40)$$

Zamjenom relacije (36) u (32) dobija se:

$$R = C^T k_o \delta = C^T k_o C q = k q \quad (41)$$

slijedi:

$$R = k q \quad (42)$$

gdje je:

$$k = C^T k_o C \quad (43)$$

k-matrica krutosti štapa dobijena pomoću bazne matrice krutosti i matrice C koja predstavlja vezu deformacijskih veličina i generalisanih pomjeranja. Posle množenja (43) za matricu krutosti ravnog štapa dobija se:

$$k = \begin{bmatrix} \frac{1}{\delta_{ik}} & 0 & 0 & -\frac{1}{\delta_{ik}} & 0 & 0 \\ & \frac{c_{ik} + c_{ki}}{l^2} & \frac{c_{ik}}{l} & 0 & -\frac{c_{ik} + c_{ki}}{l^2} & \frac{c_{ki}}{l} \\ & & a_{ik} & 0 & -\frac{c_{ik}}{l} & b_{ik} \\ & \text{sim.} & & \frac{1}{\delta_{ik}} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{c_{ik} + c_{ki}}{l^2} & -\frac{c_{ki}}{l} \\ & & & & & a_{ki} \end{bmatrix} \quad (44)$$

gdje je:

$$c_{ik} = a_{ik} + b_{ik} \quad c_{ki} = a_{ki} + b_{ik}$$

Za slučaj štapa konstantnog poprečnog presjeka, $EI = \text{const}$, iz navedene matrice dobija se matrica krutosti štapa koja je definisana izrazom (28).

2.4.2. Određivanje matrice krutosti štapa promjenljivog poprečnog presjeka

Izrazom (44) definisana je matrica krutosti ravnog štapa promjenljivog poprečnog presjeka. U opštem slučaju kada se radi o štapu promjenljivog poprečnog presjeka koeficijenti fleksibilnosti δ_{ik} , α_{ik} , α_{ki} , β_{ik} određuju se numeričkim putem zbog toga što integracija u zatvorenom obliku može biti komplikovana. Za numeričko određivanje integrala oblika:

$$\int \frac{M_i M_k}{EI(x)} dx = \int f(x) dx$$

obično se primjenjuje trapezno pravilo definisano sa:

$$\int f(x) dx = \frac{\lambda}{2} (f_1 + 2f_2 + \dots + 2f_{n-1} + f_n)$$

Ili Simpsonovo pravilo, za paran broj podjela, definisano sa:

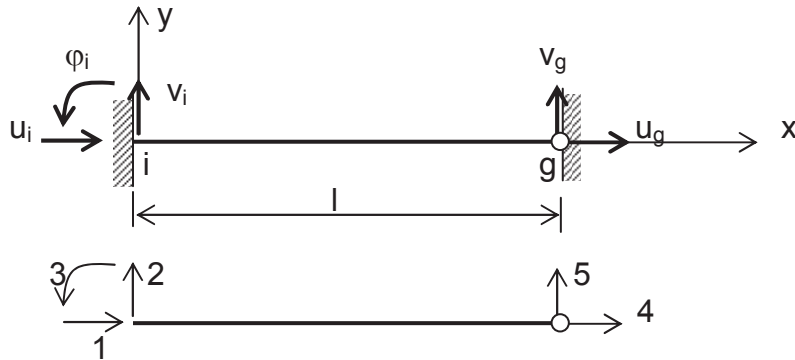
$$\int f(x) dx = \frac{\lambda}{3} (f_1 + 4f_2 + 2f_3 + \dots + 2f_{n-2} + 4f_{n-1} + f_n)$$

gdje su f_i ($i=1,2,\dots,n$) vrijednosti podintegralne funkcije $f(x)$ u izabranim tačkama $i=1,2,\dots,n$ koje se nalaze na ekvidistantnom rastojanju λ .

2.4.3. Određivanje matrice krutosti štapa i-g

Prethodna razmatranja data su za štap koji je obostrano kruto vezan. U čvorovima takvog štapa definisana su po tri stepena slobode i po tri generalisane sile.

Štap u jednom od čvorova može biti zglavkasto vezan pa je moment savijanja u tom čvoru jednak nuli. Pošto se iz tog uslova može eliminisati obrtanje u zglavkastom čvoru broj stepeni slobode se smanjuje za jedan. Štap koji je na lijevom kraju kruto vezan a na desnom kraju zglavkasto vezan ima pet stepeni slobode, tri u čvoru i, i dva u čvoru g, slika 21.



Slika 21.

Polazeći od veze (32) u razvijenom obliku:

$$\begin{bmatrix} S_{ik} \\ M_i \\ M_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11}^o & & \\ & k_{22}^o & k_{23}^o \\ & k_{32}^o & k_{33}^o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta l \\ \tau_i \\ \tau_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\delta_{ik}} & & \\ & a_{ik} & b_{ik} \\ & b_{ki} & a_{ki} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta l \\ \tau_i \\ \tau_k \end{bmatrix} \quad (44)$$

i smjenom oznake $k=g$, uz uslov ad je $M_k=M_g=0$ dobija se:

$$\tau_g = -\frac{k_{32}^o}{k_{33}^o} \tau_i = -\frac{b_{ig}}{a_{gi}} \tau_i \quad (45)$$

Smjenom izraza (45) u (44) nakon sređivanja dobija se:

$$\begin{bmatrix} S_{ig} \\ M_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\delta_{ig}} & \\ & d_{ig} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta l \\ \tau_i \end{bmatrix} \quad (46)$$

ili u skraćenom matričnom obliku:

$$S = k_{go} \delta \quad (47)$$

gdje je:

$$d_{ig} = a_{ig} - \frac{b_{ig}^2}{a_{gi}} \quad (48)$$

Iz relacije (46) je jasno da se broj osnovnih statičkih, odnosno, deformacijskih veličina redukuje sa tri na dva. Na taj način redukovana matrice C ima sljedeći oblik:

$$C_g = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{l} & 1 & 0 & -\frac{1}{l} \end{bmatrix} \quad (49)$$

Na sličan način se dobija i transponovana matrica C_g^T ako se na mjesto M_k stavi $M_k=M_g=0$.

Ako se u relaciju (43) ubaci izraz za baznu matricu štapa tipa „g“, k_{g0} , i matrica C_g definisana sa (49) dobija se matrica krutosti štapa i-g:

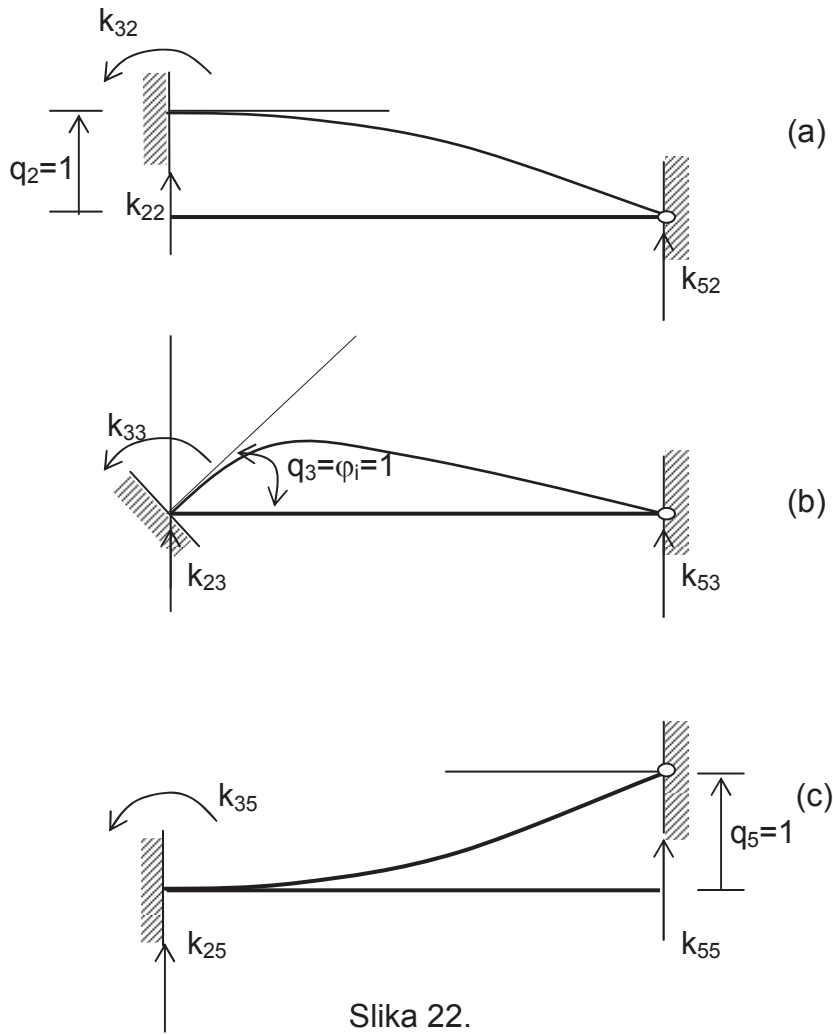
$$k_g = C_g^T k_g^o C_g = \begin{bmatrix} \frac{1}{\delta_{ig}} & 0 & 0 & -\frac{1}{\delta_{ig}} & 0 \\ & \frac{d_{ig}}{l^2} & \frac{d_{ig}}{l} & 0 & -\frac{d_{ig}}{l^2} \\ & & d_{ig} & 0 & -\frac{d_{ig}}{l} \\ & sim. & & \frac{1}{\delta_{ig}} & 0 \\ & & & & \frac{d_{ig}}{l^2} \end{bmatrix} \quad (50)$$

Kada je $EI=const$ matrica krutosti (50) dobija sljedeći oblik:

$$k_g = \begin{bmatrix} \frac{EF}{l} & 0 & 0 & -\frac{EF}{l} & 0 \\ & \frac{3EI}{l^3} & \frac{3EI}{l^2} & 0 & -\frac{3EI}{l^3} \\ & & \frac{3EI}{l} & 0 & -\frac{3EI}{l^2} \\ & sim. & & \frac{EF}{l} & 0 \\ & & & & \frac{3EI}{l^3} \end{bmatrix} \quad (51)$$

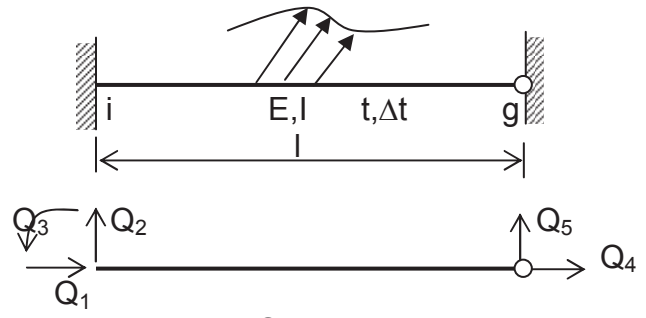
Na slici 22 je prikazano statičko-kinematičko značenje pojedinih elemenata matrice krutosti štapa i-g.

Na slici 22a su prikazani elementi druge kolone matrice krutosti kao reakcije oslonaca štapa i-g usled jediničnog pomjeranja $q_2=v_1=1$, dok su na slikama 22b i 22c dati elementi treće kolone, odnosno, pete kolone matrice krutosti koji se računaju kao reakcije na karajevima štapa i-g usled obrtanja $q_3=\varphi_1=1$, odnosno, $q_5=v_k=1$.



Slika 22.

Komponente vektora ekvivalentnog opterećenja date su na slici 23. postupak određivanja ekvivalentnog vektora je sličan postupku kod štapova koji su obostrano ktuto vezani. Komponente Q_1 i Q_4 odgovaraju aksijalnom naprezanju. Određivanje komponenti Q_2 , Q_3 i Q_5 predstavlja jedan put statički neodređen zadatak koji može da se riješi poznatim metodama statike konstrukcija. U literaturi se mogu naći tabele u kojima su prikazana ekvivalentna opterećenja za različite slučajeve dejstva spoljašnjih uticaja.



Slika 23.

U opštem slučaju vektor ekvivalentnog čvornog opterećenja ima sljedeći oblik:

$$\begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \mathcal{N}_i \\ \mathcal{F}_i \\ \mathcal{M}_i \\ \mathcal{N}_k \\ \mathcal{F}_k \end{Bmatrix}_0 - \begin{Bmatrix} \mathcal{N}_i \\ \mathcal{F}_i \\ \mathcal{M}_i \\ \mathcal{N}_k \\ \mathcal{F}_k \end{Bmatrix}_t \quad (52)$$

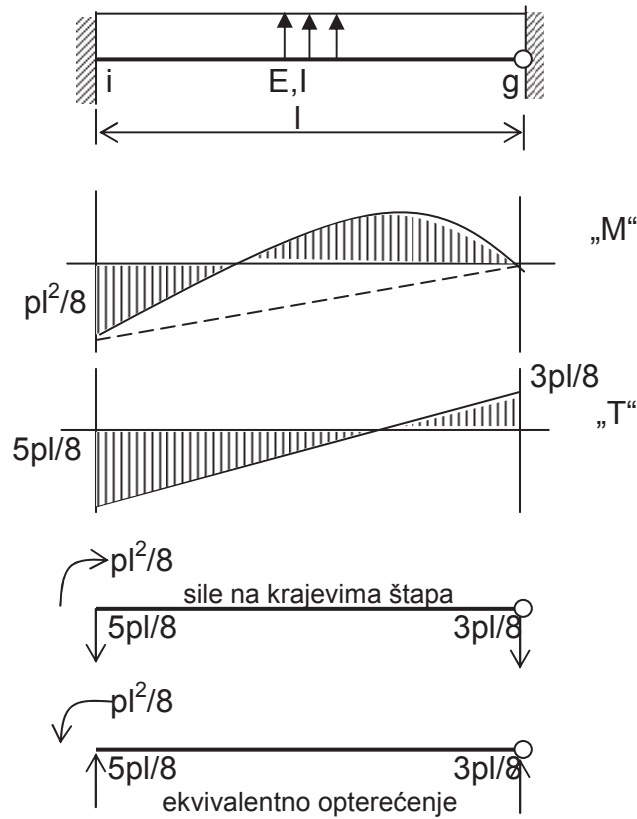
Gdje su Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 i Q_5 reakcije na krajevima štapa tipa „g“ koji je na lijevom kraju kruto uklješten a na desnom kraju slobodno oslonjen usled zadatog opterećenja.

Za aksijalno naprezanje vektor ekvivalentnog opterećenja je:

$$\begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_4 \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \mathcal{N}_i \\ \mathcal{N}_k \end{Bmatrix}_0 - \begin{Bmatrix} \mathcal{N}_i \\ \mathcal{N}_k \end{Bmatrix}_t \quad (53)$$

dok je za savijanje silama definisan sa:

$$\begin{Bmatrix} Q_2 \\ Q_3 \\ Q_5 \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \mathcal{F}_i \\ \mathcal{M}_i \\ \mathcal{F}_k \end{Bmatrix}_0 - \begin{Bmatrix} \mathcal{F}_i \\ \mathcal{M}_i \\ \mathcal{F}_k \end{Bmatrix}_{\Delta t} \quad (54)$$



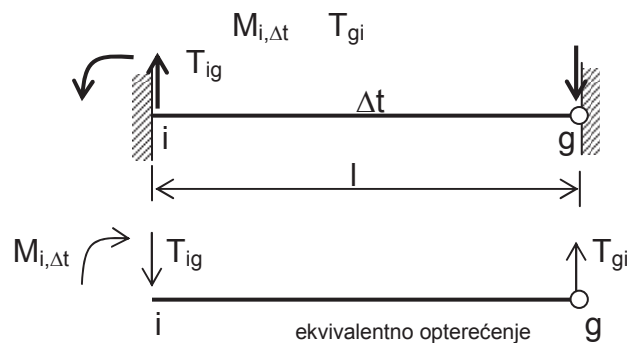
Slika 24.

Na slici 24 prikazan je postupak određivanja članova vektora ekvivalentnog čvornog opterećenja usled dejstva ravnomjerno raspodijeljenog opterećenja intenziteta p :

$$Q_o = \begin{Bmatrix} \frac{5}{8} pl \\ \frac{1}{8} pl^2 \\ \frac{3}{8} pl \end{Bmatrix} \quad (55)$$

Vektor ekvivalentnog opterećenja za štapove konstantnog poprečnog presjeka i konstantne temperaturne razlike, slika 25, je definisan na sljedeći način:

$$Q_{\Delta t} = 1,5EI\alpha_t \Delta t \frac{1}{h} \begin{Bmatrix} -\frac{1}{l} \\ -1 \\ \frac{1}{l} \end{Bmatrix} \quad (56)$$



Slika 25.

2.5. Torzija - matrica krutosti

Štap koji se nalazi u stanju torzionog naprezanja ima parametre pomjeranja u čvorovima koji su uglovi rotacije oko ose x , φ_{xi} i φ_{xk} , tako da štap ima dva stepena slobode, po jedan u svakom čvoru. Generalisane sile u čvorovima su M_{xi} i M_{xk} , slika 26.

Matrica krutosti je drugog reda, a značenje elemenata te matrice dato je na slikama 26 b ic. Ako se pođe od poznatog izraza između momenata torzije i ugla obrtanja štapa izloženog slobodnoj torziji :

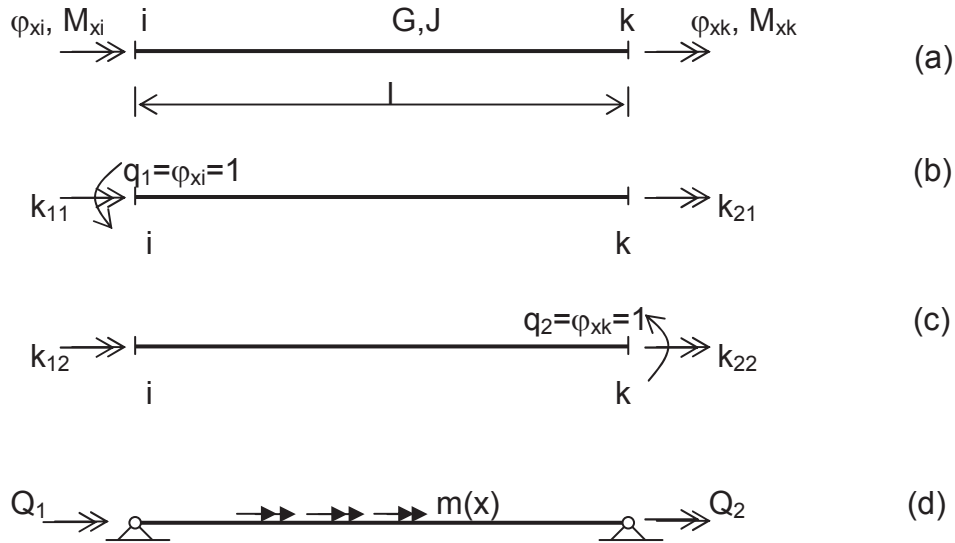
$$M_x = \frac{GJ}{l} \varphi_x \quad (57)$$

G - modul klizanja

J – torziona konstanta poprečnog presjeka
za matricu krutosti se dobija:

$$k_t = \frac{GJ}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (58)$$

Dobijena matrica krutosti za štap u stanju torzionog napreznja je ekvivalentna matrici krutosti štapa aksijalno napreznutog, izraz 21.



Slika 26.

2.6. Uticaj deformacije smicanja

Prethodna razmatranja zasnovana su na pretpostavci da poprečni presjeci ostaju upravni na deformisanu osu štapa, odnosno, u analizi naponsko-deformacijskog stanja zanemaren je uticaj deformacije smicanja. Kod tankih prizmatičnih štapova taj uticaj je neznan i može se zanemariti, dok se kod štapova kod kojih je odnos visine i dužine znatan, o deformaciji smicanja mora voditi računa.

Najjednostavniji postupak uvođenja deformacije smicanja u matricu krutosti je preko bazne matrice krutosti štapa.

Na slici 27 prikazan je dijagram momenata savijanja M i transverzalnih sila T usled dejstva jediničnih momenata na krajevima štapa.

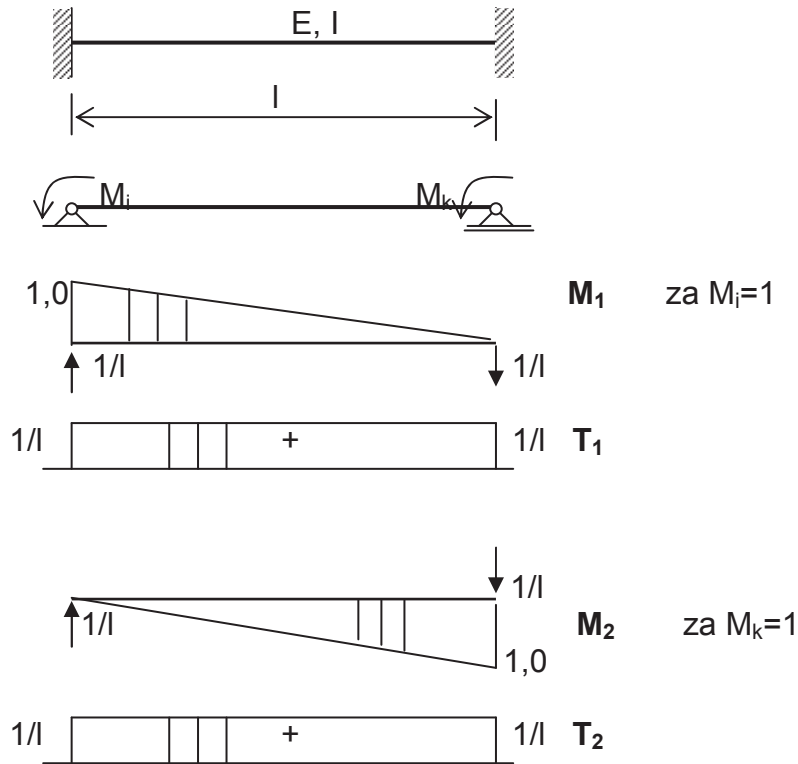
Koristeći se pretpostavkom o prosječnom klizanju za cio poprečni presjek, presjeci ostaju ravni ali ne i upravni na deformisanu osu štapa, koeficijenti fleksibilnosti se određuju na sljedeći način:

$$\delta_{ik} = \int_0^l \frac{M_i M_k}{EI_{ik}} dx + \int_0^l k \frac{T_i T_k}{GF} dx$$

Za štap sa slike slijedi:

$$\delta_{11} = \delta_{22} = \alpha_{ik} = \alpha_{ki} = \frac{l}{3EI} + \frac{k}{GF}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = -\beta_{ik} = -\frac{l}{6EI} + \frac{k}{GFl}$$



Slika 27.

Ako se navedeni izrazi ubace u:

$$a_{ik} = \frac{\alpha_{ki}}{\Delta} \quad a_{ki} = \frac{\alpha_{ik}}{\Delta} \quad b_{ik} = \frac{\beta_{ik}}{\Delta} = \frac{\beta_{ki}}{\Delta} \quad \Delta = \alpha_{ik}\alpha_{ki} - \beta_{ik}^2$$

a onda prema izrazu (33) se sračunaju elementi bazne matrice krutosti dobija se:

$$k_o = \begin{bmatrix} \frac{1}{\delta_{ik}} & 0 & 0 \\ 0 & a_{ik} & b_{ik} \\ 0 & b_{ki} & a_{ki} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EF}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{(1+0,25\Phi) 4EI}{l} & \frac{(1-0,5\Phi) 2EI}{(1+\Phi) l} \\ 0 & \frac{(1-0,5\Phi) 2EI}{(1+\Phi) l} & \frac{(1+0,25\Phi) 4EI}{(1+\Phi) l} \end{bmatrix} \quad (59)$$

gdje je:

$$\Phi = \frac{12EI k}{GFl^2}$$

Alternativni oblik bazne matrice krutosti je:

$$k_o = \begin{bmatrix} \frac{EF}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{(1+\Phi)l^3} & -\frac{6EI}{(1+\Phi)l^2} \\ 0 & -\frac{6EI}{(1+\Phi)l^2} & \frac{12EI}{(1+\Phi)l^3} \end{bmatrix} \quad (60)$$

Matrica krutosti štapa može se dobiti primjenom izraza (43), gdje je matrica C data sa (37):

$$k = \begin{bmatrix} \frac{EF}{l} & 0 & 0 & -\frac{1}{\delta_{ik}} & 0 & 0 \\ \frac{12EI}{(1+\Phi)l^3} & \frac{6EI}{(1+\Phi)l^2} & 0 & 0 & -\frac{12EI}{(1+\Phi)l^3} & \frac{6EI}{(1+\Phi)l^2} \\ \frac{(1+0,25\Phi)4EI}{(1+\Phi)l} & 0 & 0 & -\frac{6EI}{(1+\Phi)l^2} & 1-0,5\Phi & 0 \\ sim. & \frac{EF}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{12EI}{(1+\Phi)l^3} & -\frac{6EI}{(1+\Phi)l^2} & \frac{(1+0,25\Phi)4EI}{(1+\Phi)l} & \frac{12EI}{(1+\Phi)l^3} & -\frac{6EI}{(1+\Phi)l^2} & \frac{(1+0,25\Phi)4EI}{(1+\Phi)l} \end{bmatrix} \quad (61)$$

Udio deformacije smicanja u matrici krutosti definisan je parametrom Φ . Za štapove pravougaonog poprečnog presjeka visine h , dužine l , Φ postaje:

$$\Phi = k \frac{E}{G} \left(\frac{h}{l}\right)^2$$

Za građevinske materijale vrijednost puasonovog koeficijenta ν kreće se u granicama ima $\nu=0 - 0,25$. Ako je koeficijent oblika za pravougaoni poprečni presjek $k=1,2$ u zavisnosti od odnosa h/l dobija se vrijednost Φ :

h/l	Φ
0,1	0,024
0,2	0,036
0,3	0,216
0,4	0,384

Za štap tipa „g“ konstantnog poprečnog presjeka koji je na jednom kraju zglavkasto vezan dobija se:

$$k_{22}^o = \frac{1}{1+0,25\Phi} \frac{3EI}{l}$$

U tom slučaju matrica krutosti štapa je:

$$k_g = \begin{bmatrix} \frac{EF}{l} & 0 & 0 & -\frac{EF}{l} & 0 \\ 0 & \frac{1}{1+0,25\Phi} \frac{3EI}{l^3} & \frac{1}{1+0,25\Phi} \frac{3EI}{l^2} & 0 & -\frac{1}{1+0,25\Phi} \frac{3EI}{l^3} \\ 0 & \frac{1}{1+0,25\Phi} \frac{3EI}{l^2} & \frac{1}{1+0,25\Phi} \frac{3EI}{l} & 0 & -\frac{1}{1+0,25\Phi} \frac{3EI}{l^2} \\ \text{sim.} & & & \frac{EF}{l} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{1+0,25\Phi} \frac{3EI}{l^3} \end{bmatrix} \quad (62)$$

2.7. Varijacioni postupak

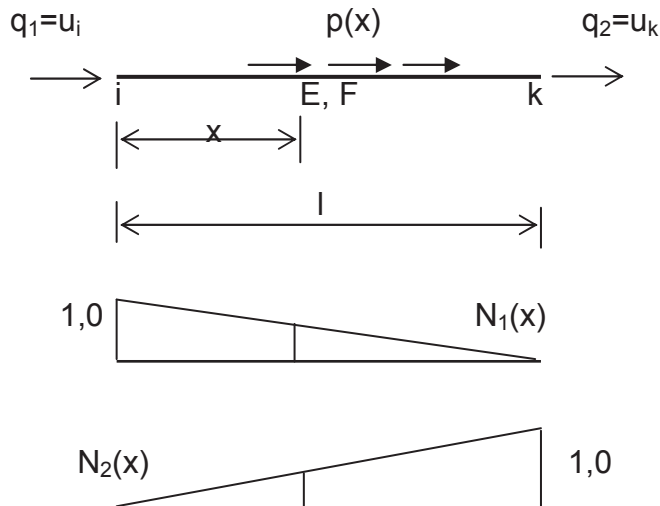
Za prave prizmatične štapove najpogodnije je izvođenje matrice krutosti i vektora ekvivalentnog opterećenja direktnim postupkom, na osnovu jasnog geometrijsko-statičkog značenja.

Varijacioni postupak se zasniva na stavu o stacionarnosti odgovarajućeg funkcionala. Za metodu deformacije radi se o funkcionalu potencijalne energije.

2.7.1. Aksijalno naprezanje

Aksijalno napregnut štap ima dva stepena slobode, s toga se pomjeranje u pravcu ose štapa $u(x)$ može aproksimirati samo pomoću linearnih funkcija:

$$u(x) = \sum_{m=1}^2 N_m(x) u_m = N q \quad (63)$$



Slika 28.